Méthodes et techniques des exercices

Montrer P ou Q

La méthode la plus évidente de démontrer (**P** ou **Q**) est de le déduire de **P** ou de **Q**. Dans le cas où on ne sait pas si **P** est vraie ou si **Q** est vraie, on peut utiliser la méthode suivante :
On ajoute aux hypothèses **non P** en écrivant « supposons que **P** soit fausse ». Puis on essaie de démontrer **Q**.
Cette démarche correspond à la démonstration de (**non P**) $\Longrightarrow$ **Q** qui est bien une proposition équivalente à (**P** ou **Q**).

Remarque. Les propositions (**P** ou **Q**) et (**Q** ou **P**) sont équivalentes. Il peut être plus simple de prendre la négation de **Q** que celle de **P**.

Exemple

Soit n un entier. Montrer que n est impair ou n^2 est pair.

Démonstration

On suppose que n n'est pas impair, c'est-à-dire que n est pair.
Soit k un entier tel que $n = 2k$. On a $n^2 = 4k^2$, donc $n^2 = 2k'$ où $k' = 2k^2$. Donc n^2 est pair.
On a donc bien n impair ou n^2 pair.

Commentaires

La proposition à démontrer est de la forme (**P** ou **Q**) où **P** est la proposition « n est impair » et **Q** la proposition « n^2 est pair ». La proposition « **P** est fausse » est introduite par « On suppose que n n'est pas impair ».