Elément de cours des exercices

Les espaces vectoriels à connaître

Pour montrer qu'un ensemble E est un espace vectoriel, la méthode la plus souvent utilisée est de considérer E comme un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel déjà connu. Pour appliquer cette méthode, il est donc utile de connaître un certain nombre d'espaces vectoriels. Voici ceux qui sont les plus utiles :

- $\mathbb{R}^n$ et $\mathbb{C}^n$
- Les espaces de fonctions à valeurs réelles, où l'addition et la multiplication par un scalaire sont définies par : $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ et $(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$
- Plus généralement les espaces de fonctions à valeurs dans un espace vectoriel, où l'addition et la multiplication par un scalaire sont définies comme ci-dessus
- Les espaces de suites de nombres réels ou de nombres complexes, où l'addition et la multiplication par un scalaire sont définies par $(u+v)_n = u_n + v_n$ et $(\lambda u)_n = \lambda u_n$
- Les espaces de polynômes, à une ou plusieurs variables et à coefficients réels ou complexes
- Les espaces de matrices à p lignes et n colonnes à coefficients réels ou complexes, où l'addition et la multiplication par un scalaire sont définies par :

  $$(a+b)_{i,j} = a_{i,j} + b_{i,j}$$

  et

  $$(\lambda a)_{i,j} = \lambda a_{i,j}.$$