Élément de cours des exercices

Base dans un espace vectoriel E

1. Définitions.
2. Pour répondre à la question : " $\mathcal{F}$ est-elle une base de E ? "
3. Voir aussi : Base en dimension finie.

définition : Soit un espace vectoriel E . On appelle base de E une famille $\mathcal{F}$ de vecteurs de E qui est une famille libre et génératrice de E .

$\forall u$

Pour répondre à la question : " $\mathcal{F}$ est-elle une base de E ? " :

– **Cas E de dimension finie :**

Pour répondre à la question : " $\mathcal{F}$ est-elle une base de E espace vectoriel de dimension finie ? "

– **Autres exemples :**

1. La famille $\mathcal{F} = \{X^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ est une base de $\mathbb{R}[X]$.
2. Soit deux réels α et β ($\alpha < \beta$). On considère le $\mathbb{R}$ -espace vectoriel E des fonctions de $[\alpha, \beta]$ dans $\mathbb{R}$ continues et affines par morceaux. Si $a \in [\alpha, \beta]$, soit

$$f_a(x) = |x - a| \quad (x \in [\alpha, \beta]).$$

La famille $\mathcal{F} = \{f_a \mid a \in [\alpha, \beta]\}$ est une base de E .

$\forall u$