

Élément de cours des exercices

Les espaces de polynômes

Comme on ne travaille que sur les polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes, on identifiera un polynôme et la fonction polynôme correspondante.

On note $\mathbb{R}[X]$ l'ensemble des polynômes à coefficients réels et $\mathbb{C}[X]$ l'ensemble des polynômes à coefficients complexes. Muni de l'addition des fonctions et de la multiplication d'une fonction par un réel, ces deux ensembles sont des espaces vectoriels sur $\mathbb{R}$. Ils sont de dimension infinie.

Muni de l'addition des fonctions et de la multiplication d'une fonction par un complexe, l'ensemble $\mathbb{C}[X]$ est un espace vectoriel sur $\mathbb{C}$. Il est de dimension infinie.

Le vecteur nul de l'ensemble des polynômes est le polynôme dont tous les coefficients sont nuls, c'est-à-dire, si on l'identifie à sa fonction polynomiale, c'est la fonction, qui à tout x , associe le réel zéro.

Un certain nombre de sous-ensembles de $\mathbb{R}[X]$ et $\mathbb{C}[X]$ en sont des sous-espaces vectoriels ;

- l'ensemble des polynômes à coefficients réels de degré inférieur ou égal à n , noté $\mathbb{R}_n[X]$; c'est un espace sur $\mathbb{R}$ de dimension $n + 1$. Sa base canonique est $(1, X, X^2, \dots, X^n)$.
- l'ensemble des polynômes à coefficients complexes de degré inférieur ou égal à n , noté $\mathbb{C}_n[X]$; c'est un espace sur $\mathbb{R}$ de dimension $2n + 2$. Sa base canonique est $(1, X, X^2, \dots, X^n, i, iX, iX^2, \dots, iX^n)$. C'est également un espace vectoriel sur $\mathbb{C}$; il est alors de dimension $n + 1$. Sa base canonique, en tant que $\mathbb{C}$ -espace vectoriel, est $(1, X, X^2, \dots, X^n)$.

[Retour à la liste](#)